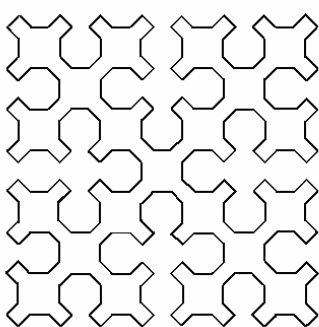

S.
E.
M.
C.
V.

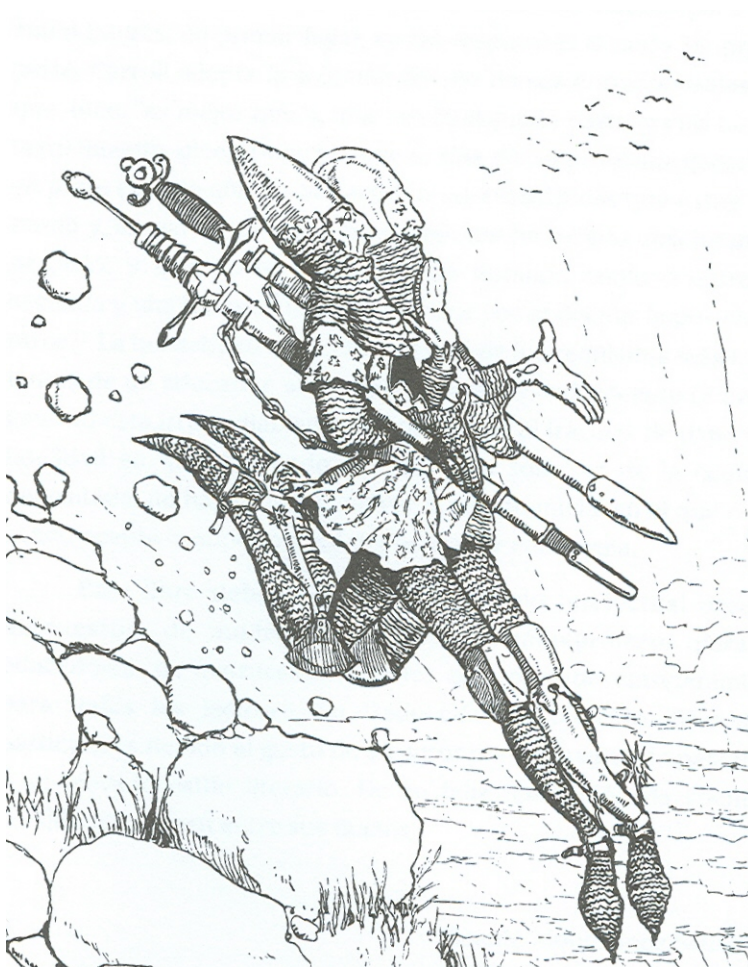


AL-KHWARIZMI

PROBLEMES

OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques
Número 31. Octubre 2005



En el present exemplar de la revista Problemes Olímpics vos incloem les activitats proposades en la Fase Comarcal i la Provincial d'Alacant, i en la Fase Provincial de Castelló, de la XV edició de l'Olimpíada Matemàtica de Secundària. La comissió organitzadora d'Alacant i de Castelló han enganxat a les Escoles de Primària portant endavant la festa de l'Olimpíada amb alumnes de tercer cicle. Anem a intentar generalitzar a les tres províncies esta proposta amb l'ànim de que els estudiants de primària gaudisquen també amb la resolució de problemes de matemàtiques. Agraïm la col·laboració dels coordinadors de l'Olimpíada a Alacant: M^a Julia Menargues Ramón, José Luis García Valls i Salvador Caballero Rubio, i el coordinador a Castelló: Floreal Gracia Alcaine, així com a l'equip de professors que portaren a bon terme la celebració de les proves, i que ens han enviat el material que a continuació trobareu.

Els alumnes de totes les categories participaren a Alacant en una Fase Comarcal, que es va celebrar el 16 d'Abril de 2005 a tres llocs: a l'IES 'Mutxamel' de Mutxamel, al col·legi 'Reina Sofia' de Petrer i a l'IES 'L'Alfàs' de l'Alfàs del Pi. Els 30 seleccionats de cada nivell passaren a la fase provincial que es va desenvolupar a l'IES 'Thader' de Orihuela, el 7 de Maig de 2005.

La Fase Provincial a Castelló es va portar a terme el dissabte 7 de Maig de 2005, a l'IES 'Violant de Casalduch' de Benicassim.

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana, "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071-València

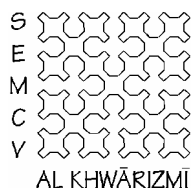
Director: Tomás Queralt Llopis.

Coordinador de redacció: Mauricio Contreras del Rincón.

Consell de redacció: M^a Dolors Arnal Bertomeu, M^a Teresa Briz Alabau, Francesc Casamitjana Gámez, Josep Antoni Chaveli Gascón, Samuel Cortés García, Maria Dolores Delgado Ortega, Mariano de Heredia González, Nicasio García Alfaro, Encarna López Gómez, Antoni Losas González, M^a Jesús Lozano Lacalle, Josep Llorenç Llisó Valverde, Miguel Marco Cotaina, Martín Montoya Molina, Mari Carme Olivares Iñesta, Iolanda Zaragoza García.

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

PROBLEMES TERCER CICLE DE PRIMÀRIA CATEGORÍA ENIGMA



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
 PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL
 16 D'ABRIL DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

PROVA N° 1. - LES EDATS.

Llig les pistes següents i calcula quina edat té cadascú.

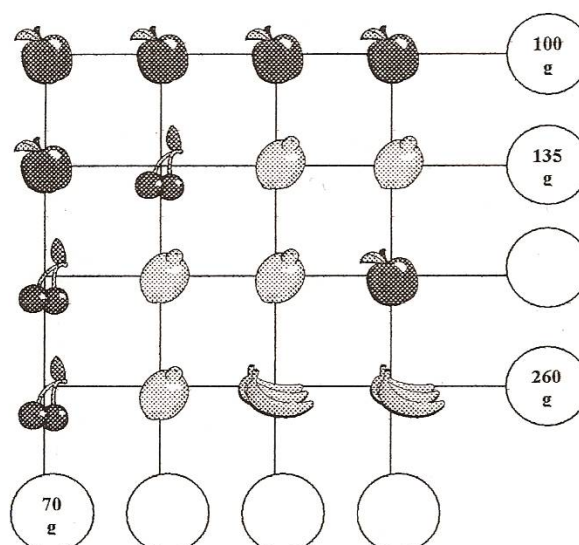
- Joan té cinc anys menys que Maria.
- Jaume té dos anys més que Joan, però tres menys que Xavier.
- Maria va nèixer en 1.988.
- Xavier té l'edat de Joan, més la diferència entre l'edat de Joan i Maria.



- Qui és el més petit?
- Quina edat es repeteix?
- En quin any van nèixer Joan, Xavier i Jaume?
- Quina edat tindrà cadascú a l'any 2.020?
- Quina edat tenia cadascú en 1.995?
- Maria té un gos des de fa cinc anys. Quina edat tenia ella quan se'l van regalar?

PROVA N° 2. - LES FRUITES.

Quant pesen aquestes fruites?



PROVA N° 3.- UNA PRESENTACIÓ MATEMÀTICA.

Entre tots tenim 293 anys, hi ha un xiquet que té 12, hi ha tres que tenen 10, el professor té 42 i la resta tenim 11. Si fas el càlcul sabràs quants som a classe.

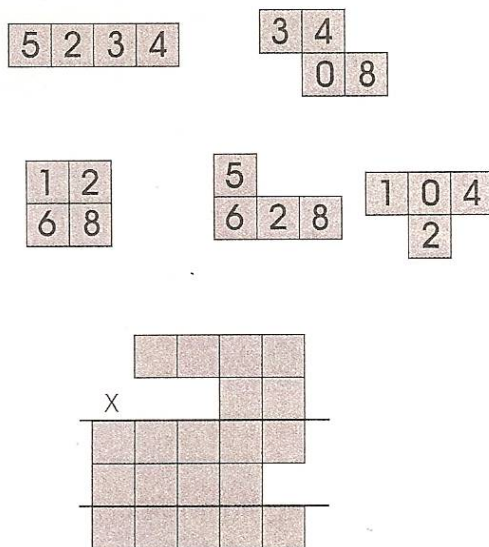
La nostra escola es troba a Alacant. Si haguera un xiquet més a classe els $\frac{2}{3}$ de la classe serien xiquets i la resta xiquetes.

Per a saber quants anys té l' escola hi ha que saber l'any que es va inaugurar... i és molt fàcil!. Totes las xifres de l'any sumen 26 i les dues últimes són iguals.

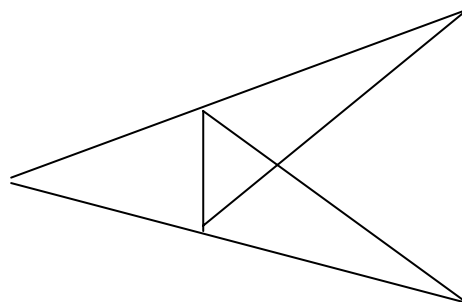
PROVA N° 4.- UNA OPERACIÓ MOLT CURIOSA.

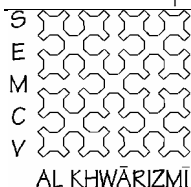
Saps sumar i multiplicar? Si es així, podràs resoldre un problema. Pepa ja tenia aquesta operació feta, però el seu germà, que és un bromista, ha agafat unes tisoires i l' ha tallat en petites parts.

Bo, avant , ajuda-la i aconsegueix recompondre l' operació.

**PROVA N° 5.- EL TRIANGLE DECANTAT.**

Quants triangles eres capaç de veure en aquest dibuix?





XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

1. a) IGUALTATS ROMANES.

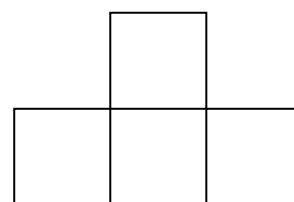
Els romans s'ho passaven "pipa" amb els seus números i esperem que tu també.

Has de moure sols un furgadents en cada cas, per a formar una igualtat amb números romans.

$$\begin{array}{c} VI - IV = IX \\ V = II + VIII \\ I - III = II \end{array}$$

b) ELS CINC QUADRATS.

Eres capaç de formar cinc quadrats a partir de la figura movent sols tres costats?



2. a) SEMIFINALS DE VOLEIBOL.

Per a celebrar les semifinals del Campionat d'Andalusia de Voleibol, es concentren a Sevilla els equips representants de quatre províncies andaluses distintes: A, B, C i D.

La informació que proporciona l'organització és la següent:

- L'equip A no ve de Sevilla ni de Còrdova.
- L'equip B no ve de Granada ni de Cadis.
- Ni l'equip C ni l'equip A venen de Cadis.
- L'equip B no ve de Còrdova.

Cadascun dels equips ve d'una de les quatre províncies esmentades. Ens podreu ajudar a identificar la lletra del nom de l'equip amb la província a la que representa?

b) QUIN NOMBRE SÓC?

Sóc un nombre menor de 20. Dues unitats menys que la meua meitat és igual a 1 més que el meu terç.

3. ELS FILLS DE JEREMIES.

Jeremies i Germà, dos amics de la infància, es troben després de molts anys sense veure's.

-Em van dir que et vas casar -comenta Germà.

-En efecte, i tinc tres fills -contesta Jeremies.

-Quants anys tenen els teus fills? -preguntà Germà.

-Pau té tantes setmanes com dies Pilar, i ella té els mateixos mesos que anys Pere. Tots tres sumen 20 anys -afirmà Jeremies.

Quants anys tenen els fills de Jeremies?

4. a) LES FIGURES.

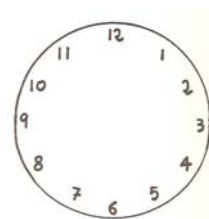
Podries calcular el valor de cada figura?

$$\begin{array}{rcl}
 \star + \star + \star + \bigcirc + \bigcirc & = & 32 \\
 \square + \square + \triangle + \square + \square & = & 65 \\
 \triangle + \star + \bigcirc + \star + \star & = & 44 \\
 \square + \square + \square + \square + \square & = & 60 \\
 \square + \triangle + \star + \triangle + \square & = & 60 \\
 \triangle + \bigcirc + \triangle + \star + \triangle & = & 58
 \end{array}$$

$\bigcirc$ _____
 $\triangle$ _____
 $\square$ _____
 $\star$ _____
 $\star$ _____

b) L' ESTRANYA PROPIETAT DEL RELLOTGE.

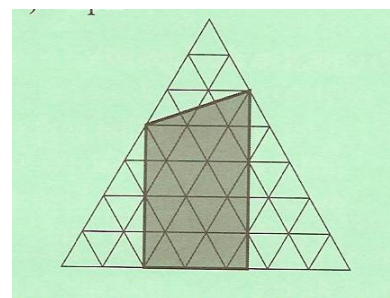
Un antic matemàtic va descobrir que era possible dividir l'esfera d'un rellotge en sis parts, de forma que la suma dels números que contenia cada part era la mateixa. Eres capaç d'esbrinar com fer-ho?



5. a) ELS TRIANGLES EQUILÀTERS.

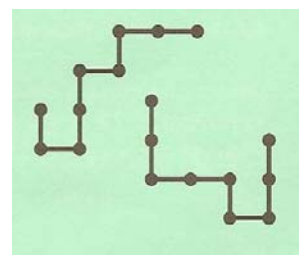
En la figura els triangles equilàters petits tenen 1 unitat d'àrea cadascun.

Quantes unitats d'àrea mesura la zona ombrejada?



b) LES PECES RÍGIDES.

Cadascuna de les dues peces rígides que podeu veure en la figura està formada per 8 segments de longitud 1. Si col·loquem una peça sobre l'altra de manera que coincideixen parcialment, quina és la longitud màxima que pot tenir la part comuna?



S
E
M
C
V
AL KHWĀRIZMĪ

XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CARRER

PROVA 1: ELS BANCs.

Fixeu-vos en els bancs que hi ha a la plaça i trieu u d'ells per a treballar.

- Calculeu el perímetre de la cara superior.
- Calculeu l'àrea de la cara superior.
- Calculeu l'àrea de les cares laterals.
- Calculeu la suma de les àrees de totes les cares del banc.
- Quin és el número màxim de persones que es poden asseure a la mateixa vegada al banc?
- Quants bancs com el que heu triat hi ha a la plaça?
- Quantes persones poden estar assegudes en tots els bancs de la plaça?

PROVA 2: LES PISTES DE PETANCA.

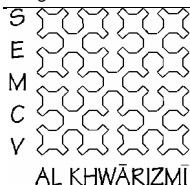
Ara fixeu-vos en les pistes de petanca que hi ha a la plaça.

- Quantes n'hi ha?
- Són iguals?
- Quina és l'àrea de cadascuna?
- Quina pista és més gran?
- Quina és més xicoteta?

PROVA 3: LES PALMERES.

Situeu-vos davant d'una palmera.

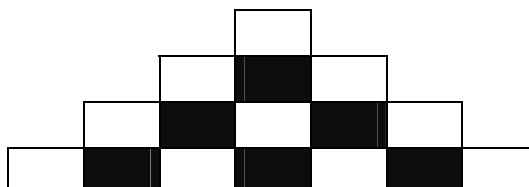
- Quants metres d'alçada té? Explica com podeu calcular-ho.
- Quantes palmeres hi ha a la plaça?
- Si posareu totes les palmeres en línia recta, quant mesurarien? Expressa el resultat en metres i hectòmetres.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

PROVA 1.-

Es construeix una torre com s'indica a la figura:



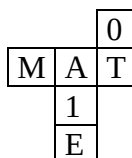
Quants quadrats negres hi ha a la fila 50? Justifica la teva resposta.

PROVA 2.-

Calculeu $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{11}\right)$

PROVA 3.-

Un cub té el seu desenvolupament com s'indica a la figura, quina lletra és la oposada a l'1?

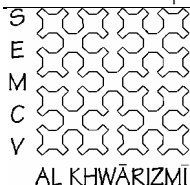


PROVA 4.-

Quants nombres entre 100 i 200 contenen el dos? I entre el 200 i el 300? Recerca una estratègia.

PROVA 5.-

Divideix amb una línia un quadrat en dos parts iguals. Busca diferents solucions i estratègies.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CAMP

1) EL JARDÍ DEL CLAUSTRE DEL INSTITUT

Utilitzant com a unitat de mesura una rajola del pis del claustre, calcula:

- a).- La superfície del jardí.
- b).- La superfície del claustre que envolta aquest jardí.

2) QUADRATS A LA VIDRIERA

- a).- En una vidriera de 14x14 (inferior esquerra), compta els quadrats que podem dibuixar tenint tots un vèrtex al vèrtex superior esquerra de dita vidriera.
- b).- Dibuixa'ls amb una trama quadrada.
- c).- Com varia el perímetre dels quadrats?

3) COSSOS DE L'INSTITUT

Busca per totes les dependències del Centre, aquells objectes que tinguen forma de cos geomètric i fes un llistat. Després classifica'ls indicant al cos geomètric al qual es pareixen.

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

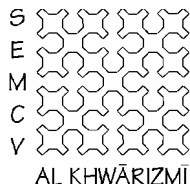


Societat d'Educació Matemàtica
 Comunitat Valenciana
Al-Khwarizmi



Visiteu-la: www.semcv.org

**PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE D'E.S.O.)
CATEGORIA CAP-I-CÚA**



**XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL- 16 D'ABRIL DE 2005
MUTXAMEL, PETRER I L'ALFÀS DEL PI - PROVA INDIVIDUAL**

1.- Jugant amb els números i la paraula

- a.- A quina paraula de set lletres se li resten dos i s'obté dotze? Saps tu la resposta?
- b.- Pots escriure "8 milions" utilitzant només quatre huits?
- c.- Saps com es pot obtindre el número 1.000 utilitzant 5 vegades el número 9?
- d.- Amb la cera que queda després de cremar tres ciris, es pot fer un altre ciri. Però, quants podran fer-se si es cremen 9 ciris?
- e.- El viatge de la Sra. María. La Sra. María es va anar el dia de després de despús-ahir i tornarà la vespra de despús-demà. Quant de temps haurà estat absent?

2.- Viatge amb tren

Un tren viatja a una velocitat constant. Arriba a una zona de via que té quinze pals. Els pals estan situats a la mateixa distància uns d'altres. El tren tarda 10 minuts a recórrer del primer pal al desé pal. Quant tardarà el tren a arribar al pal número quinze?

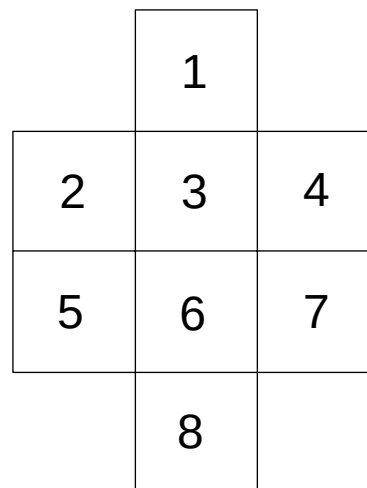
3.- El conflicte del cambrer Manolo Bocata

A Manolo Bocata, cambrer professional que sempre presumia del seu enginy, uns clients li van proposar una curiosa aposta a canvi de menjar gratis si no era capaç de portar-la a cap: col·locar en el mostrador del bar 17 entrepans de pernil en 4 files, de manera que en cada fila hi haguera 5 entrepans.

Va poder Manolo Bocata guanyar l'aposta o va haver de pagar el menjar? Fes un dibuix amb les possibles distribucions

4.- Desordre

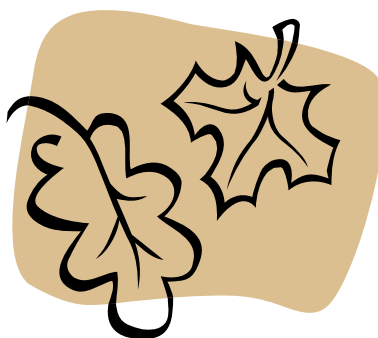
Els edificis cauen. Els sers vius es descomponen. Un principi científic afirma que tot tendeix a anar de l'ordre al desordre. El nom d'este estrany principi és **entropia**. No obstant hi ha algunes coses que pareixen contradir esta tendència. Els vidres augmenten i es tornen cada vegada mes complexos. Els sers vius prenen elements químics senzills i construïxen amb ells complexos teixits. Este passatemps lògic, no obstant, utilitza l'entropia. Observa el clara i ordenada que esta disposició de números. Ara jugarem al joc de l'entropia i reordenarem els números de tal forma que no hi haja dos números consecutius l'un al costat de l'altre. No pot haver-hi dos números contigus, ni de dalt baix, ni en diagonal.

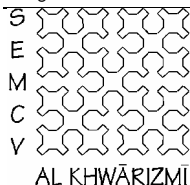


5.- L'estrany cas de Carmen Oliva

Carmen Oliva venedora de conserves, tenia una oferta de llandes d'olives farcides boníssimes. Va iniciar la jornada venent al primer client la meitat de les llandes d'olives farcides que tenia més una. A la segona persona que va entrar en la botiga li va vendre la meitat de les llandes que li quedaven i una més. Al tercer client també li va vendre la meitat de les llandes restants i una més. I el mateix va succeir amb la quarta persona. En eixe moment, Carmen Oliva acaba de vendre totes les llandes d'olives farcides que tenia en oferta.

Sabries dir quantes llandes d'olives farcides en oferta tenia en la botiga en començar la jornada?





XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
ORIHUELA - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

1.- BOTIGES!

Un canterer rep l'encàrrec de fer cert nombre de botiges en un termini fix. Si fera 25 botiges cada dia, faltarien 15 botiges al finalitzar el termini. Ara bé, si fabricara 26 cada dia, sobrarien 8 botiges al final del termini. Quin era el termini i quantes les botiges encarregades?

2.- TORRADETES DE STA. TERESA

Per a fer una torradeta, Ricardo ha de fregir ambdós costats d'una rodanxa de pa durant 30 segons. En la seua paella només caben dos rodanxes de pa al mateix temps. Com pot fregir tres rodanxes de pa al mateix temps en només minut i mig en compte de en dos minuts .

3.- TARIFA MÒBIL

Contractarem un telèfon mòbil i la companyia ens ofereix tres tipus de tarifa:

- a) Tarifa plana: Siga quina siga la duració de la crida, paguem 1 euro.
- b) Tarifa lineal: No hi ha quota d'establiment de crida i cada minut paguem 10 cèntims.
- c) Tarifa afí: Quota d'establiment de crida de 40 cèntims i cada minut de connexió 5 cèntims.

Utilitzant la gràfica de baix, representa en el mateix sistema de referència el cost d'una crida **en funció de la duració** per a cada una de les tarifes anteriors.

Utilitzant la representació gràfica realitzada, decideix quina tarifa t'interessa en cada una d'estes situacions:

- a) Fas una crida de 7 minuts.
- b) Fas una crida de 15 minuts.
- c) Fas una crida de 9 minuts?
- d) Suposa't que vols gastar 90 cèntims. amb quina tarifa podràs parlar el màxim temps?
- e) Per a quines duracions de crida interessa la tarifa plana?
- f) I la lineal?
- g) I l'afí



4.- ELS ENTREPANS DE PERNIL

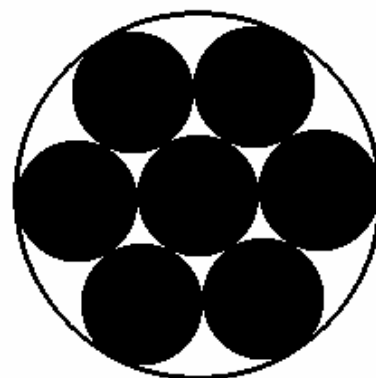
Un cambrer d'un restaurant inicia una marxa en direcció a Madrid per a protestar per la falta d'escoles de cambrers que hi ha en una determinada ciutat. Es deté en un poble i demana un entrepà de Pernil en un restaurant. Durant el menjar, un dels cambrers d'eixe restaurant decideix que es va a incorporar a la marxa i els dos viatgers prossegueixen el seu camí. Es detenen en una altra localitat i en un restaurant, demanen sengles entrepans de pernil. Parlant de l'assumpte de la marxa, un dels cambrers decideix unir-se a la parella augmentant així la comitiva a tres cambrers.

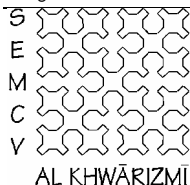
Cada vegada que es detenen en un restaurant, demanen entrepans de pernil per a tots ells i se'ls uneix un cambrer més del restaurant. Al final, quan arriben a Madrid, s'han detingut en total en 100 restaurants demanant en cada cas els entrepans de pernil corresponents i augmentant el nombre de manifestants d'un en u.

Es demana calcular el nombre total d'entrepans de pernil que s'han consumit pels manifestants des de l'inici fins al final de la marxa.

5.- CERCLE DE CERCLES

La circumferència gran de la figura té radi 1 m. Quant mesura l'àrea de la zona pintada en blanc del seu interior?





XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
ORIHUELA - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CARRER

1.-La Glorieta

Este parc de planta rectangular està limitat per dos fonts. La font que esta al costat de la zona de jocs infantils, és una font de planta rectangular que aboca l'aigua des de dos nivells i que s'arreplega en la pila inferior. De la part frontal de la font sobreixen 36 canells, pel canal superior l'aigua sobreix en forma de cortina per la paret frontal i en forma de cascada per ambdós extrems.

a.- Dibuixa un croquis de planta de la pila receptora de l'aigua, indicant les seues mesures.

b.- Calcula la capacitat d'aigua, en litres, que pot arreplegar esta pila fins a la vora inferior de la cornisa del reposader.



2.- Les granotes

En un dels laterals de la Glorieta hi ha una vella font de planta octogonal. L'aigua de la font brolla d'un assortidor central amb forma de copa i de vuit canells de bronze amb forma granotes que hi ha a l'interior de la pila de la font.

a.- Dibuixa un croquis de la font, indicant les seues mesures bàsiques

b.- Calcula la superfície de pedra de l'interior de la font

c.- Calcula el volum d'aigua que contindrà la pila fins una altura de 60 cm.

d.- Si cada granota aboca a la font aigua a un ritme de 4 litres/min. quant de temps tardaran les granotes a omplir la font fins una altura de 60 cm si es taponaran els desaigües?

Nota: S'ignora, en tots els apartats, el volum que ocupen els elements ornamentals (copa i granotes).



3.- El fanal

La plaça Nova és de planta triangular el motiu arquitectònic central de la qual és un fanal de forja i pedra d'estil modernista amb huit braços distribuïts en dos nivells amb huit fanals de forja i un fanal esfèric en el vèrtex de la mateixa. La base de planta circular és un banc de manises trossejats.

- a.- Dibuixar un croquis en planta del banc
- b.- Busqueu el mètode per a calcular l'altura del fanal.
- c.- Mesureu la circumferència del banc per la zona més externa i calculeu la superfície per a assentar-se del mateix.
- d.- Podríeu estimar el nombre de persones adultes que podrien assentar-se?
- d.- Llançant des del vèrtex del fanal generatrius tangents a la base del banc de pedra, podríeu estimar la superfície lateral del con generat?



4.- Els bancs

En la plaça Nova ens trobem amb bancs de diversos models entaulellats amb manises ornamentats amb motius geomètrics, florals i animals, uns respalers rectes i altres amb una certa inclinació, uns amb un alçat de perfil corb i altres lineal, uns amb reposabraços i altres sense ells. En la varietat està el gust.

Els monitors de la plaça vos van a assignar un banc.

a.- Descriure geomètricament el banc assignat.

b.- Dibuixa un croquis del mateix indicant les seues mesures bàsiques

c.- Calcular la superfície de manises que xapen el seient, el respaldo i el reposabraços.

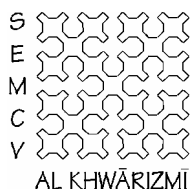


5.- El rellotge

Presidint la plaça de la centúria romana hi ha un rellotge que està avariats.

Imagina que el rellotge no té agulles, podries contestar a les preguntes següents:

- Quina hora marca quan l'agulla de les hores està exactament, en una de les divisions horàries d'este rellotge i el minuter en la següent?
- Quina hora és quan l'agulla de les hores està exactament, en una de les divisions i el minuter en l'anterior?
- Quina hora és sabent que l'agulla de les hores tardarà a arribar a la marca horària de les sis just el doble que el minuter?
- Quina hora és sabent que l'agulla de les hores tardarà a arribar a la marca horària de les sis el triple que el minuter?



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

PROBLEMA 1.

Una colla de segadors rep l'encàrrec de segar dos camps, l'un amb el doble de superfície que l'altre. Dilluns treballen tots en el camp gran i dimarts la meitat de la colla en cada camp. D'aquesta manera sols queda per segar una

porció del camp menut que dona feina a tres segadors durant dimecres i dijous.

Quants segadors formen la colla?

PROBLEMA 2.

Amb 4 quates aconseguix tants resultats com puges.

Per exemple $(44 - 4) : 4 = 10$

PROBLEMA 3.

En una classe tots els estudiants practiquen algun esport: 12 juguen al futbol, 13 al bàsquet i altres 13 al tenis.

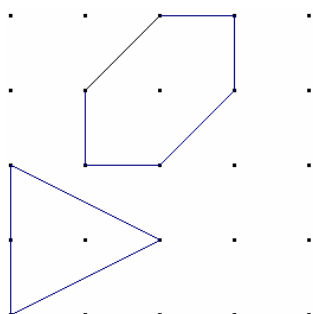
Hi ha 3 estudiants que practiquen els tres esports, 8 que juguen a futbol i bàsquet, 4 a bàsquet i tenis i 2 que tan sols juguen a futbol.

Quants estudiants hi han a la classe?

PROBLEMA 4.

Les dues figures dibuixades al tauler "5x5" contenen, cadascuna, un punt de la quadricula al seu interior.

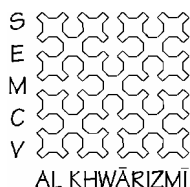
Construeix i cataloga altres figures que continguin un punt tan sols al seu interior. Calcula l'àrea A de cadascuna d'aquestes figures, i tracta de trobar una formula que relacione dita àrea A amb el nombre de punts "b" de la quadricula que estiguen en el contorn de la figura.



PROBLEMA 5.

En un examen un alumne respon correctament a 15 de les 20 primeres preguntes i tan sols a $1/3$ de les restants.

Si la nota final és un 5, quantes preguntes té l'examen?



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CAMP

1).- EL CLAUSTRE DE L'INSTITUT

Compta el nombre de polígons que veus al sostre del claustre i classifica'ls segons el nombre de costats.



2).- L'ÀREA DE L'ÀREA

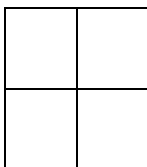
Calcula la superfície d'un àrea del camp de handbol i d'una zona de bàsquet dels camps d'esport.

3).- LA VIDRIERA DE L'INSTITUT 'VIOLANT DE CASALDUCH'

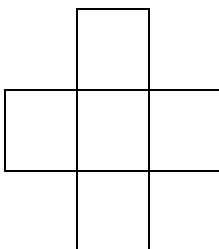
Volem fer un mosaic de colors en la vidriera del nostre Institut, de forma que totes les peces que componen el mosaic siguin iguals i que no en sobre cap quadrat.

Ens preguntem si això pot ser possible amb peces de la forma:

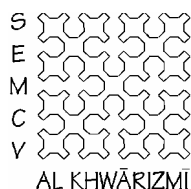
a)



b)



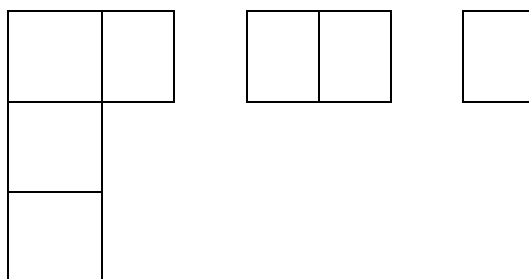
Raona la resposta en cada cas. Si no és possible, fes una proposta per solucionar el problema, buscant la forma més estètica utilitzant colors. Per a tot això pots utilitzar una trama quadrada.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE RELLEUS

1 FORMAS SIMÉTRICAS

Cuántas formas simétricas (simetría axial) diferentes se pueden formar con las piezas:

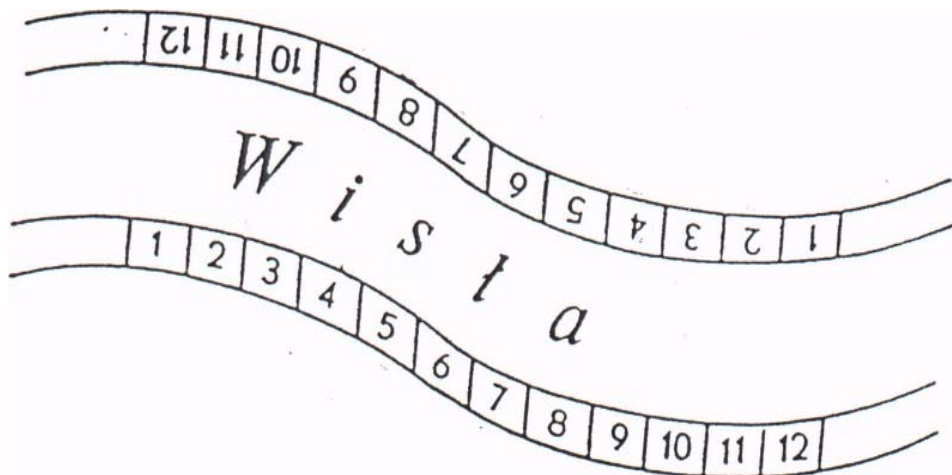


La unión de dos o más piezas deberá hacerse por los lados de los cuadrados (lado completo) y no por los vértices. Puedes utilizar tramas cuadradas y colores.

2. CAER AL AGUA

En este juego dos jugadores disponen de 12 fichas que han de colocar como quieran en las casillas numeradas del tablero. Lanza alternativamente un par de dados y la suma de los dados indica la casilla de la que se debe eliminar una ficha (si la hay) y lanzarla al agua

Gana el jugador que primero lance al agua todas sus fichas.
 Encuentra la mejor colocación de las fichas.

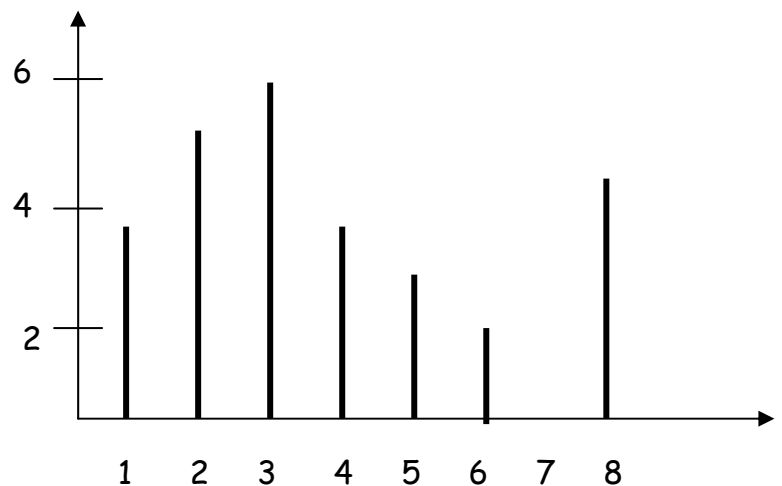


3. GEOPLANO

1. Utilizando gomas, construye todos los cuadriláteros posibles:
2. Clasifícalos en función de su forma.
3. Calcula su perímetro y área.

4. GRÁFICO

A partir del gráfico:



1. ¿Cuántos elementos hay?
2. Calcula el porcentaje de cada elemento.
3. ¿Cuál es la media?

5.- CARTAS ESPAÑOLAS

Como sabes, en las cartas españolas se considera:

Figura, a la sota, al caballo y al rey.

Brisca, al As y al tres.

Números, al resto.

- a) Representa gráficamente el porcentaje de estos tres grupos.
- b) Si eliges al azar una carta, calcular la probabilidad de que:
 - Sea un oro.
 - Sea una figura.
 - Sea una brisca.
 - Sea un número menor que cuatro.

6.- DE CASTELLÓN A VIGO

Determina la mejor ruta para ir de Castellón a Vigo. Indica las principales ciudades por las que pasarías, la distancia recorrida, y el tiempo que utilizarías teniendo en cuenta las restricciones de velocidad.

7.- ESTIMACIÓN

Debéis calcular de manera aproximada, sin usar ningún instrumento de medida, aunque podéis usar la calculadora para operar con estimaciones parciales:

- 1.- En cada Olimpiada usamos unos 4000 folios como el que tenéis delante. ¿Cuánto pesa, en Kg, el papel que utilizamos ?
- 2.- Si reunimos muchas monedas de 1 € y las ponemos en fila. ¿Cuántos Euros nos darán en el Banco por cada "metro" de estas monedas?
- 3.- ¿Cuántos litros de agua cabrían en el salón que estamos, si una vez cerrado herméticamente y retirados muebles y tarimas, la llenamos hasta medio metro de altura?

8.- CÁLCULO MENTAL

Os proponemos que efectuéis estas operaciones mentalmente:

1. $8,012 - 3,014 + 0,402$
2. $15 \times 8 \times 6$
3. $(33,555 + 6,445) : (4 - 1,5)$
4. Sabiendo que $1000 \cong 6.01 \text{ €}$, ¿cuánto vale en Euros un coche de 2.500.000 ptas?
5. El coste en EUROS de 750 g de solomillo a 12.40 €/kg

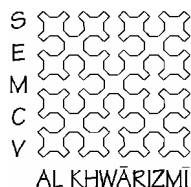
Tened en cuenta que:

- Obviamente no se pueden usar calculadoras
- No se pueden copiar las cuentas aparte
- Solamente podéis escribir la solución, lo que haréis en la casilla correspondiente
- Si os equivocáis tenéis una segunda opción a la derecha

9.- TANGRAM

Utilizando en cada caso todas las piezas del tangram, tenéis que construir:

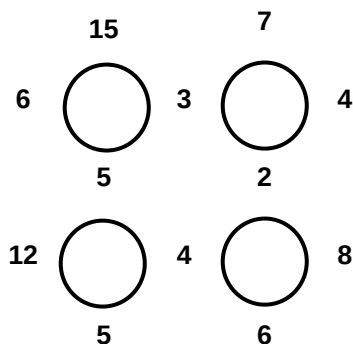
- A) Un triángulo
- B) Un cuadrado
- C) Un pentágono
- D) Un hexágono



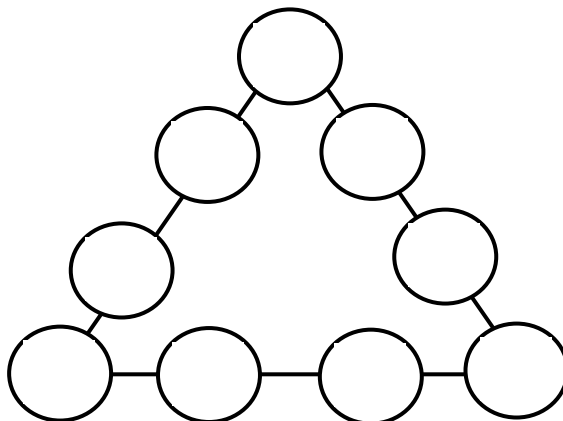
XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL- 16 D'ABRIL DE 2005
MUTXAMEL, PETRER I L'ALFÀS DEL PI - PROVA INDIVIDUAL

PROBLEMA 1

Col·loca el símbol de l'operació (+, -, x, /) que corresponga en cada cercle en blanc, perquè al realitzar les operacions indicades en cada fila i columna, el resultat .

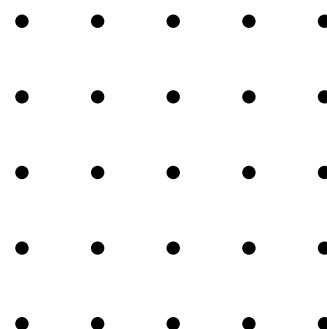
**PROBLEMA 2**

Col·loca els números de l'1 al 9, sense repetir cap, en els cercles de la figura següent, de manera que la suma de les xifres de cada costat del triangle siga 21. Pots aconseguir que sumen 17?. I que sumen 16?.



PROBLEMA 3

Troba tots els segments de longitud distinta -i digues quina és la longitud de cada un- que pots trobar amb extrems en punts de la trama:



Podries dir quants hi ha en una trama de punts 6×6 ?

PROBLEMA 4

Un centre escolar té 3 altures, llargs corredors i moltes aules amb dos portes. En total s'ha comptabilitzat 100 portes. Hi ha 100 alumnes que acorden realitzar el següent:

El primer obrirà totes les portes.

El segon tanca només les portes parells.

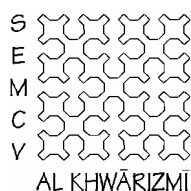
El tercer canvia l'estat de les portes cada tres, la que estiga tancada l'obri, la que estiga oberta la tanca.

El quart repetix el procediment del tercer, però cada quatre portes.

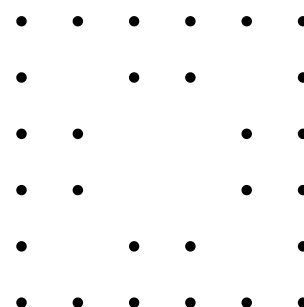
I així successivament la resta, fins a l'últim, que canvia només l'última porta. Quantes portes quedaran obertes al final?. Quines són?.

PROBLEMA 5

En quants zeros acabarà el producte $d'1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 98 \times 99 \times 100$?



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
ORIHUELA - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

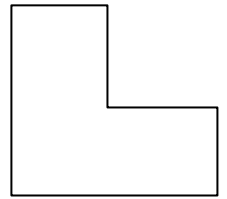
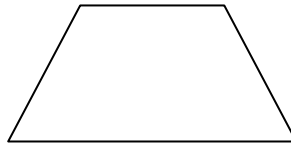


PROBLEMA 1

Troba tots els quadrats que pugues que tinguen els seus vèrtexs en punts de la trama següent. Detalla'ls.

PROBLEMA 2

Divideix les figures en quatre parts iguals, de manera que cada una de les parts tinga la mateixa forma que la figura que dividixes.

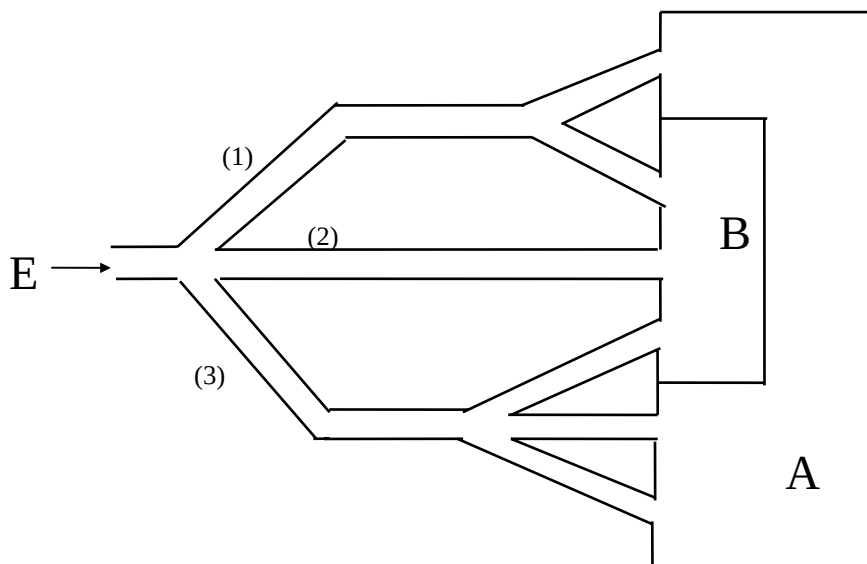
**PROBLEMA 3**

Troba tots els números de dos xifres que complixen el següent: quan es dividixen per la suma de les seues xifres, el quocient és set.

PROBLEMA 4

El laberint que mostra la figura està concebut per a sortejar premis especials. Se li ofereix a qui participa que camine pel laberint -del què clar està, no coneix el pla- des de E i sense poder retrocedir. El laberint condueix a portes semblants. Unes suposen un premi important i altres trobar-se amb l'eixida sense premi.

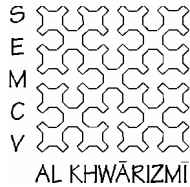
Si vols ajudar al màxim a qui participa, en quina zona -A o B- col·locaries el premi?. Amb quina probabilitat guanyaria eixe premi?



PROBLEMA 5



Quina va ser la sentència del jutge Alí Ben Alí Talib?. Raona la resposta.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
MUTXAMEL - 3 D'ABRIL DE 2004 - PROVA DE CARRER

EN LA PLAÇA DE LA CENTURIA ROMANA

ACTIVITAT 1 RECTANGLES A L'ALTRE COSTAT DEL RIU

A l'altre costat del riu podràs reconèixer la fatxada de la foto.

Les finestres determinen bastants rectangles, però, quants rectangles podeu comptar en la part que mostra la foto?



ACTIVITAT 2 JARDINERES

Les jardineres tenen una forma especial.

Calcula el volum de terra que 'cap' en cada una. Quants metres cúbics de terra cal encarregar per a omplir totes les jardineres del parc com la de la foto?

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h$$



ACTIVITAT 3

Mira el políedre del pont. Descriu-ho (cares, vèrtexs, ...). Es pot obtindre d'un políedre regular?



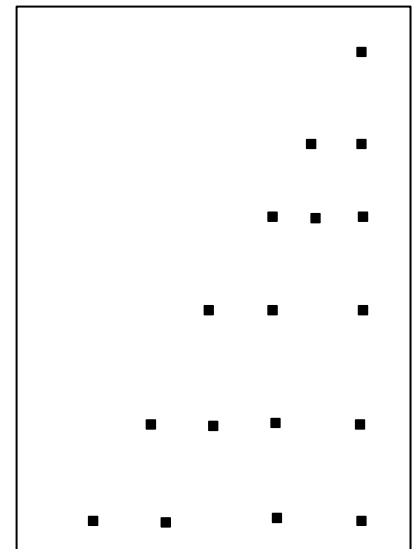
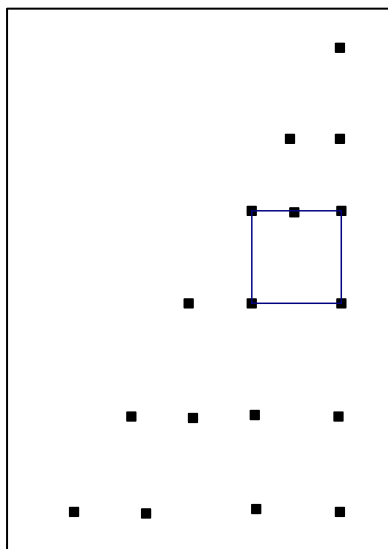
ACTIVITAT 4 LA GEOMETRIA DE LA TORRE DEL RELLOTGE 1

Determina l'altura i explica com ho fas.
Busca formes i proporcions que es repetixen.



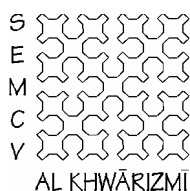
ACTIVITAT 5 LA GEOMETRIA DE LA TORRE DEL RELLOTGE 2

La torre del rellotge determina una trama amb els punts dels vèrtexs que podem aïllar en la figura de la dreta, quants polígons amb noms distints pots dibuixar amb els vèrtexs en eixa trama. En la primera imatge tens marcat el quadrat del rellotge, ja no cal que trobes més quadrats. Busca altres polígons de què pugues donar el seu nom (no val només amb la figura), marca'ls amb colors diferents i assenyala el seu nom.



ACTIVITAT 6 TRES PROBLEMES DE RELLOTGES

- a) El rellotge tarda 5 segons a donar les 6. Quant tardarà a donar les 12?
- b) Després d'una reparació tarda 6 segons a donar les sis. Quant de temps tardarà a donar les onze?
- c) Vaig posar en marxa dos rellotges al mateix temps i vaig descobrir que un d'ells es retardava dos minuts per hora i que l'altre s'avançava un minut per hora. Quan vaig tornar a fixar-me, el que s'avançava marcava exactament una hora més que l'altre. Durant quant de temps havien estat funcionant estos dos rellotges?



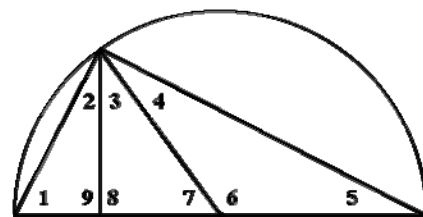
XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

PROBLEMA 1.

Demostrar que per a qualsevol valor de n , l'expressió $3^n + 5^n$ és un nombre parell

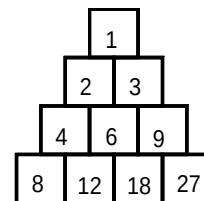
PROBLEMA 2.

Calcula el valor de tots els angles de la figura adjunta sabent que l'angle 1 val 70° .

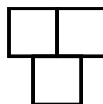


PROBLEMA 3.

En una piràmide de quadradets, escrivim un 1 al més alt. Després anem omplint les altres caselles. Quan baixem cap a l'esquerra, multipliquem el número anterior per 2. Quan baixem cap a la dreta, multipliquem el número per 3. A la figura veiem els 4 primers pisos de la piràmide.



Tenim la fitxa de la figura:



On hem de posar aquesta fitxa sobre la piràmide (sense rotar-la) per a que la suma dels tres números que queden tapats siga el més propera possible al número 65000?

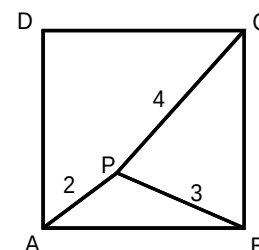
PROBLEMA 4.

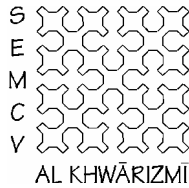
Un gos es troba lligat amb una cadena de 8 metres de longitud fixada en el cantó d'una caseta quadrangular de 4 metres de costat

- Dibuixa la zona per la qual es pot desplaçar el gos
- Troba l'àrea de l'esmentada superfície.

PROBLEMA 5.

En un quadrat ABCD de costat desconegut, localitzeu un punt P que estiga a 2 cm del vèrtex A, a 3 cm del vèrtex B i a 4 cm del vèrtex C. Quant mesura el costat del quadrat? On es troba el punt P?





XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CAMP

1).- LA MARQUESINA DEL "VIOLANT DE CASALDUCH"

Dalt de la porta d'entrada a l'Institut podem trobar una marquesina. Esbrina les possibles relacions que poden donar-se entre els diferents triangles.

2).- EL PARAL·LELÍPEDE PEGAT

Compara el paral·lelepípede del pati amb un dm^3 de poliestirè i calcula el següent:

a) Quina quantitat de cubs de poliestirè necessaries per omplir el paral·lelepípede?

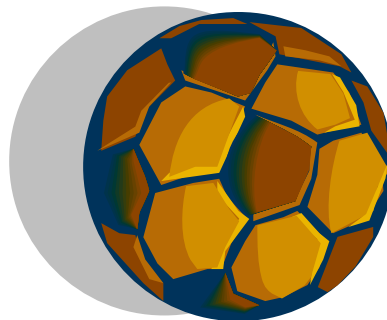
b) Quants m^3 d'aigua cabrien al paral·lelepípede?

3).- EL TRÀNSIT A BENICÀSSIM

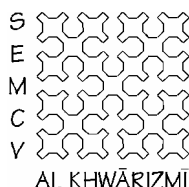
Situat a un lloc del poble per observar el trànsit d'entrada i de eixida.

Tabula i dibuixa les funcions que representen el nombre de cotxes que entren o ixen amb intervals de 1 minut durant un període de 10 minuts.

Compara i comenta les gràfiques.



PROBLEMES TERCER CICLE DE PRIMÀRIA CATEGORIA ENIGMA - SOLUCIONS



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
 PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL
 16 D'ABRIL DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

-----SOLUCIONS-----

1. LES EDATS.

- a) El més petit és JOAN.
 b) MARIA $\longrightarrow$ $2.005 - 1.988 = 17$ anys
 JOAN $\longrightarrow$ $17 - 5 = 12$ anys
 JAUME $\longrightarrow$ $12 + 2 = 14$ anys
 XAVIER $\longrightarrow$ $14 + 3 = 17$ anys
 Es repeteix l'edat de MARIA i XAVIER: 17 anys.
 c) $2.005 - 12 = 1.993 \longrightarrow$ JOAN va nèixer a l'any 1.993
 $2.005 - 14 = 1.991 \longrightarrow$ JAUME va nèixer a l'any 1.991.
 XAVIER va nèixer com MARIA, a l'any 1.988.
 d) $2.020 - 2.005 = 15$ anys han de passar
 $12 + 15 = 27$ anys tindrà JOAN
 $14 + 15 = 29$ anys tindrà JAUME
 $17 + 15 = 32$ anys tindran MARIA i XAVIER
 e) $2.005 - 1.995 = 10$ anys han passat
 $12 - 10 = 2$ anys tenia JOAN
 $14 - 10 = 4$ anys tenia JAUME
 $17 - 10 = 7$ anys tenien MARIA i XAVIER
 f) $17 - 5 = 12$ anys tenia MARIA

2. LES FRUITES.

$4 \text{ pomes} = 100$ $100 : 4 = 25 \text{ g pesa la poma}$
 $2 \text{ pomes} + 2 \text{ cireres} = 70$; $50 + 2 \text{ cireres} = 70$; $2 \text{ cireres} = 20$;
 $20 : 2 = 10 \text{ g pesen les cireres}$
 $\text{poma} + \text{cireres} + 2 \text{ llimons} = 135$; $25 + 10 + 2 \text{ llimons} = 135$; $2 \text{ llimons} = 100$;
 $100 : 2 = 50 \text{ g pesa el llimó}$
 $\text{cireres} + \text{llimó} + 2 \text{ plàtans} = 260$; $10 + 50 + 2 \text{ plàtans} = 260$; $2 \text{ plàtans} = 200$
 $200 : 2 = 100 \text{ g pesen els plàtans}$

3.- UNA PRESENTACIÓ MATEMÀTICA.

$$12 + 3 \times 10 + 42 = 84$$

$293 - 84 = 209$ anys tenen entre tots els que hi ha d'11 anys.

$209 : 11 = 19$ hi ha que tenen 11 anys.

$1 + 3 + 19 = 23$ xiquets són a classe.

A classe són 23 xiquets.

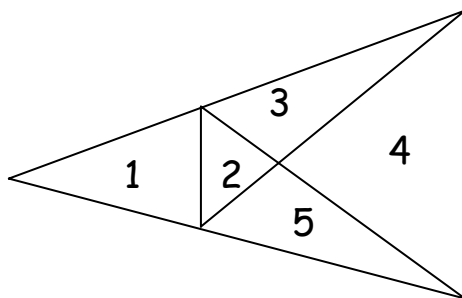
$$1.988 \longrightarrow 1 + 9 + 8 + 8 = 26$$

L'escola es va inaugurar a l'any 1.988.

4.- UNA OPERACIÓ MOLT CURIOSA.

			5	2	3	4
					x	
					1	2
	1	0	4	6	8	
	5	2	3	4		
	6	2	8	0	8	

5.- EL TRIANGLE DECANTAT.



Hi ha 5 assenyalats, però hi ha més...

2+3 formen el triangle 6

3+4 formen el triangle 7

4+5 formen el triangle 8

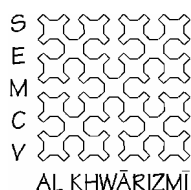
5+2 formen el triangle 9

1+2+3 formen el triangle 10

1+2+5 formen el triangle 11

1+2+3+4+5 formen el triangle 12

Hi ha 12 triangles.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL

-----SOLUCIONS-----

1. a) IGUALTATS ROMANES.

$$VI - IV = IX \quad \longrightarrow \quad VI + IV = X$$

$$V = II + VIII \quad \longrightarrow \quad X = II + VIII$$

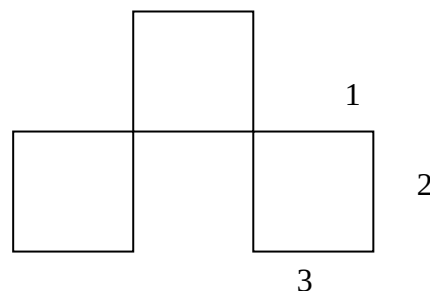
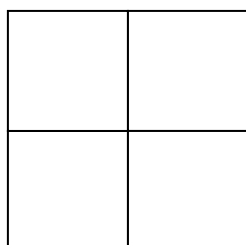
$$I - III = II \quad \longrightarrow \quad I = III - II$$

El furgadents que es mou en cada cas és el *.

b) ELS CINC QUADRATS.

Els costats que es mouen són: 1, 2 i 3.

Quedaria:



Hi ha 4 quadrats, més el format per aquestos quatre i que seria el número cinc.

2. a) SEMIFINALS DE VOLEIBOL.

Si l'equip B no ve de Còrdova, ni de Granada, ni de Cadis:
 L' EQUIP B VE DE SEVILLA.

Si l'equip A no ve de Sevilla, ni de Còrdova, ni de Cadis:
 L' EQUIP A VE DE GRANADA.

Si l'equip C no ve de Cadis, i els equips A i B venen de Sevilla i Granada respectivament:

L' EQUIP C VE DE CÒRDOVA.

Si l' equip A ve de Granada, l' equip B ve de Sevilla i l' equip C ve de Cadis:

L' EQUIP D VE DE CADIS.

b) QUIN NOMBRE SÓC?

Nombre 18: 2 unitats menys que la meitat de 18: $9-2=7$
 1 més que un terç de 18: $1+6=7$
 7 és igual a 7. ÉS EL NOMBRE 18.

3. ELS FILLS DE JEREMIES.

Si Pau té tantes setmanes com dies Pilar, tindrà 7 vegades els anys d'aquesta. Si Pere té tants anys com mesos Pilar, tindrà 12 vegades els anys d'aquesta.

Per tant:

<u>PILAR</u>	<u>PAU</u>	<u>PERE</u>	<u>SUMA</u>	
3 anys	$3 \times 7 = 21$ anys	$3 \times 12 = 36$ anys	$3 + 21 + 36 = 60$	No
2 anys	$2 \times 7 = 14$ anys	$2 \times 12 = 24$ anys	$2 + 14 + 24 = 40$	No
1 any	$1 \times 7 = 7$ anys	$1 \times 12 = 12$ anys	$1 + 7 + 12 = 20$	SÍ

Les edats dels fills de Jeremies són:

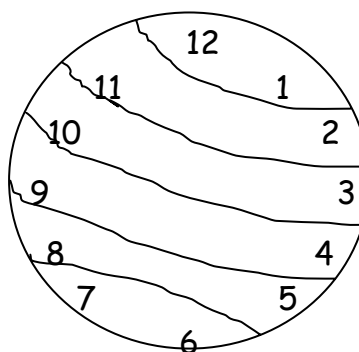
PILAR: 1 any

PAU: 7 anys

PERE: 12 anys

4. a) LES FIGURES.

$$\begin{array}{llll}
 5 \square = 60 & \square : 60 : 5 = 12 & \rightarrow & \square = 12 \\
 4 \square + 1 \triangle = 65 & \triangle = 65 - 48 = 17 & \rightarrow & \triangle = 17 \\
 2 \square + 2 \triangle + 1 \star = 60 & 24 + 34 + \star = 60 & \star = 60 - 58 = 2 & \rightarrow \star = 2 \\
 3 \triangle + 1 \star + 1 \bigcirc = 58 & 51 + 2 + \bigcirc = 58 & \bigcirc = 58 - 53 = 5 & \rightarrow \bigcirc = 5 \\
 2 \bigcirc + 1 \star + 2 \clubsuit = 32 & 2 \clubsuit = 32 - 12 = 20 & \clubsuit = 20 : 2 = 10 & \rightarrow \clubsuit = 10
 \end{array}$$

b) L' ESTRANYA PROPIETAT DEL RELLOTGE.


$12+1=13$

$11+2=13$

$10+3=13$

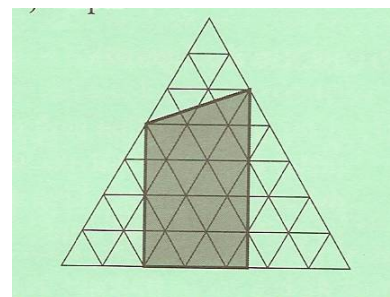
$9+4=13$

$8+5=13$

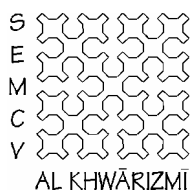
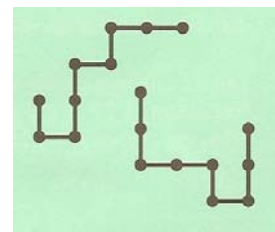
$7+6=13$

5. a) ELS TRIANGLES EQUILÀTERS.

La zona ombrejada mesura 22'5 unitats d' àrea.


b) LES PECES RÍGIDES.

La longitud màxima que pot tenir la part comuna és 4.



**XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE PROVINCIAL
7 DE MAIG DE 2005 - PROVA DE CARRER**

-----SOLUCIONS-----

PROVA 1: ELS BANCS.

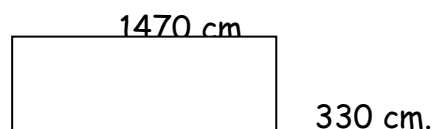
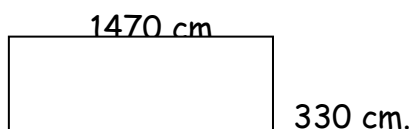
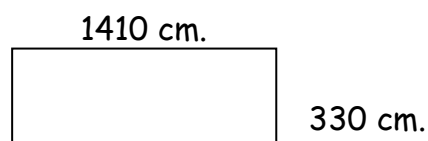
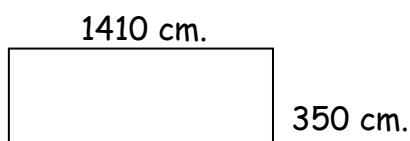
244 cm. / 243 cm

63 cm.

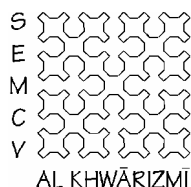


Altura: 43 cm.

Hi ha 34 bancs.

PROVA 2: LES PISTES DE PETANCA.**PROVA 3: LES PALMERES.**

N' hi ha 33 palmeres.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL
 -----**SOLUCIONS**-----

PROVA 1.-

Solució: **49**

PROVA 2.-

Solució: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$

PROVA 3.-

Solució: **0**

PROVA 4.-

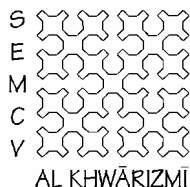
- a) Que el 2 estiga en la primera cifra 2 _ _ Hi ha solament 1 número.
 b) Que el 2 estiga en la segona cifra 1 _ 2 Hi ha 10 números que corresponen als 10 dígits.

c) Que el 2 estiga en la tercera cifra 1 2 _ Hi ha 9 números per què cal eliminar el 122 per què ja l'he contat en l'apartat anterior.

Total : $1 + 10 + 9 = 20$ números

Quants números entre 200 i 300 contenen el dos? 100 ja que tots, menys el 300, contenen al menys el 2 una volta en les centenes.

**PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE D'E.S.O.)
CATEGORIA CAP-I-CÚA. SOLUCIONS**



**XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL- 16 D'ABRIL DE 2005
MUTXAMEL, PETRER I L'ALFÀS DEL PI - PROVA INDIVIDUAL
-----SOLUCIONS-----**

1.- Jugant amb els números i la paraula.

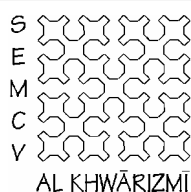
- a.- La paraula és "dotzena", ja que, restant-li les lletres "n" i "a" es queda en "dotze".
- b.- 8 milions s'escriu amb un 8 seguit de sis zeros, és a dir, amb un 8 enter i els altres tres partits per la meitat.
- c.- $999 + 9/9 = 1.000$
- d.- Amb els 9 ciris s'obtenen 3, en cremar estes tres tindrem un ciri més. Aleshores s'obtindran 4 ciris.
- e.- El viatge de la Sra. María. Estarà absent 3 dies i 2 nits, ja que el dia següent d'abans d'ahir equival a ahir, la vespra de dispús demà, a demà.

2.- Viatge en tren

15 minuts 32 segons. Este problema no és tan senzill com sembla. La distància del primer poste al poste deu és de nou unitats. Com s'ha indicat, el tren tarda 10 minuts en recorre esta distància. Per tant, el tren tarda 1 minut i un nové (uns 6'6 segons) en recorre la distància dels nou postes. Des del primer poste al quinzé cal recorre catorce postes. Hauria de tardar 14×1 minut i 6'6 segons: 14 minuts i 92 segons, o siga, uns 15 minuts i 32 segons.

3.- Desordre

	7	
3	1	4
5	8	6
	2	



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL
 -----SOLUCIONS-----

PROBLEMA 1.

Ens serà útil fer una representació adequada; considerem que hi ha un camp que té una superfície doble que l'altra.



La zona menuda representa el treball de dimecres i dijous, $2 \text{ dies} \times 3 \text{ treballadors} = 6 \text{ jornals}$

Per proporcionalitat, l'àrea del camp menut és la feina de 18 jornals i l'àrea del camp gran és la feina de 36 jornals, ja que té una superfície doble de la del menut.

Si observem el gràfic podem veure que el treball d'una jornada completa equival a 24 jornals, així que podem assegurar que hi ha 24 segadors a la colla.

PROBLEMA 2.

Podem trobar moltes solucions com la del exemple

$$44 - 44 = 0$$

$$(4 + 4 + 4) : 4 = 3$$

$$(44 : 4) - 4 = 7$$

$$44 : 44 = 1$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{4} + 4 - 4 = 4$$

$$4 - 4 + 4 + 4 = 8$$

$$(4 : 4) + (4 : 4) = 2$$

$$[(4 \cdot 4) + 4] : 4 = 5$$

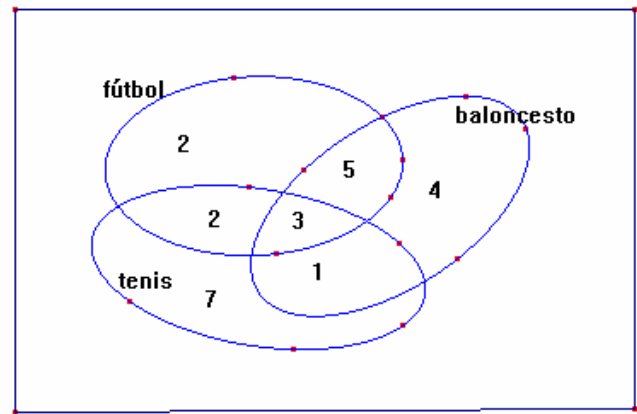
$$(4 : 4) + 4 + 4 = 9$$

$$(4 + 4) : 4 + 4 = 6$$

PROBLEMA 3.

La millor estratègia per afrontar aquest tipus de problemes és utilitzar els diagrames de Venn i anar omplint "de dins cap a fora" llegint primerament i situant els elements de les interseccions i anar restant del nombre total de jugadors que practiquen cadascun dels esports.

Tres estudiants practiquen els 3 esports i com que 8 juguen a futbol i bàsquet, quedaran $8 - 3 = 5$ per a l'altra zona comú entre els dos jocs. Com que 2 juguen tan sols a futbol, els col·loquem a l'esquema i com que 12 juguen a futbol, $12 - 5 - 3 - 2 = 2$.



Sabem que 4 juguen a bàsquet i tenis, i ja hem situat als 3 de la triple intersecció, en l'altra zona comú a aquests esports, quedarà $3 - 3 = 0$.

I si considerem que son 13 els que practiquen bàsquet en la zona dels jugadors exclusius d'aquest esport son

$$13 - 5 - 3 - 1 = 4.$$

Per acabar, com son 13 els que juguen a tenis, quedaran $13 - 3 - 2 - 1 = 7$.

Si sumem tots els números trobarem el nombre total d'alumnes $2 + 5 + 3 + 2 + 4 + 1 + 7 = 24$

PROBLEMA 4.

Per a totes les figures que inclouen tan sols un punt al seu interior, es verifica que $A = \frac{1}{2} b$, es a dir, l'àrea es exactament igual a la meitat del nombre de punts de la quadrícula que cau al contorn de la figura

PROBLEMA 5.

Considerem N = nombre de preguntes de l'examen

$N - 20$ = nombre de preguntes restants

$(N - 20) : 3$ = nombre de preguntes restants contestades correctament

Total de respostes correctes: $15 + (N - 20) : 3$

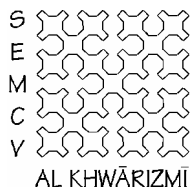
Com que la nota és 5, ha contestat correctament la meitat de les preguntes.

Per tant:

$$15 + (N - 20) : 3 = N : 2$$

Si ho posem com a equació i llevem denominadors, la resolució d'aquesta equació ens porta a la solució $N = 50$ preguntes.

PROBLEMES NIVELL B (SEGON CICLE D'E.S.O.) CATEGORIA EUREKA. SOLUCIONS



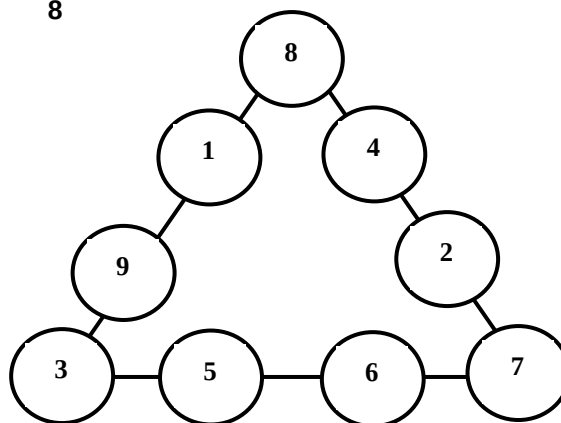
XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA PROVINCIA D'ALACANT - FASE COMARCAL - 16 D'ABRIL DE 2005 MUTXAMEL, PETRER I L'ALFÀS DEL PI- PROVA INDIVIDUAL -----SOLUCIONS-----

PROBLEMA 1

$$\begin{array}{ccccc}
 15 & & 7 & & \\
 6 & \bigcirc \text{ / } & 3 & \bigcirc \text{ X } & 4 = 8 \\
 & 5 & & 2 & \\
 12 & \bigcirc \text{ + } & 4 & \bigcirc \text{ - } & 8 = 8 \\
 & 5 & & 6 & \\
 & = & & = & \\
 & 8 & & 8 &
 \end{array}$$

PROBLEMA 2

Sí es posible sumar 21 i 17. No 16.



PROBLEMA 3

La trama 2x2 te 2.

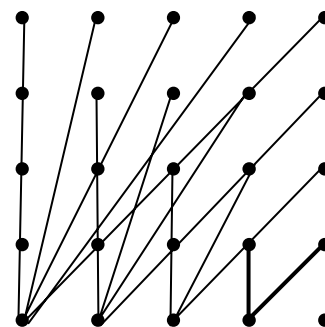
La trama 3x3 te 2 + 3 = 5

La trama 4x4 te 5 + 4 = 9

La trama 5x5 te 9 + 5 = 14

Longituds $1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{8}, 3, \sqrt{10}, \sqrt{13}, \sqrt{18}, 4, \sqrt{17}, \sqrt{20}, 5, \sqrt{32}$

Amb cada vèrtex que s'amplia en les trames 2x2, 3x3, 4x4, s'augmenta 2, 3, 4.



PROBLEMA 4

Es queden obertes les que corresponen a quadrats de números naturals menors o iguals que 100: 1, 4, 9, 16, ... 81, 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
	C		C		C		C		C		C		C		C	
		C			A			C			A			C		
			A				A				C				A	
				C					A					A		
					C						A					
						C							A			
							C								C	
								A								
									C							
										C						
											C					
												C				
													C			
														C		
															C	
																A
																C

PROBLEMA 5

Es te en compte que en multiplicar per un número acabat en 0 s'afegeix un zero, i cada 5 que apareix en la descomposició factorial de qualsevol número dona un altre zero més, ja que quan es multiplica per número parell dona un altre zero més.

10, 20, 30, 40, 60, 70, 80, 90, $\rightarrow$ 8

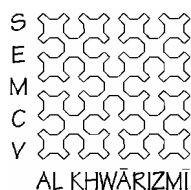
50 $\rightarrow$ 2

100 $\rightarrow$ 2

5, 15, 35, 45, 55, 65, 85, 95 $\rightarrow$ 8

25 (5×5), 75 ($3 \times 5 \times 5$) $\rightarrow$ 4

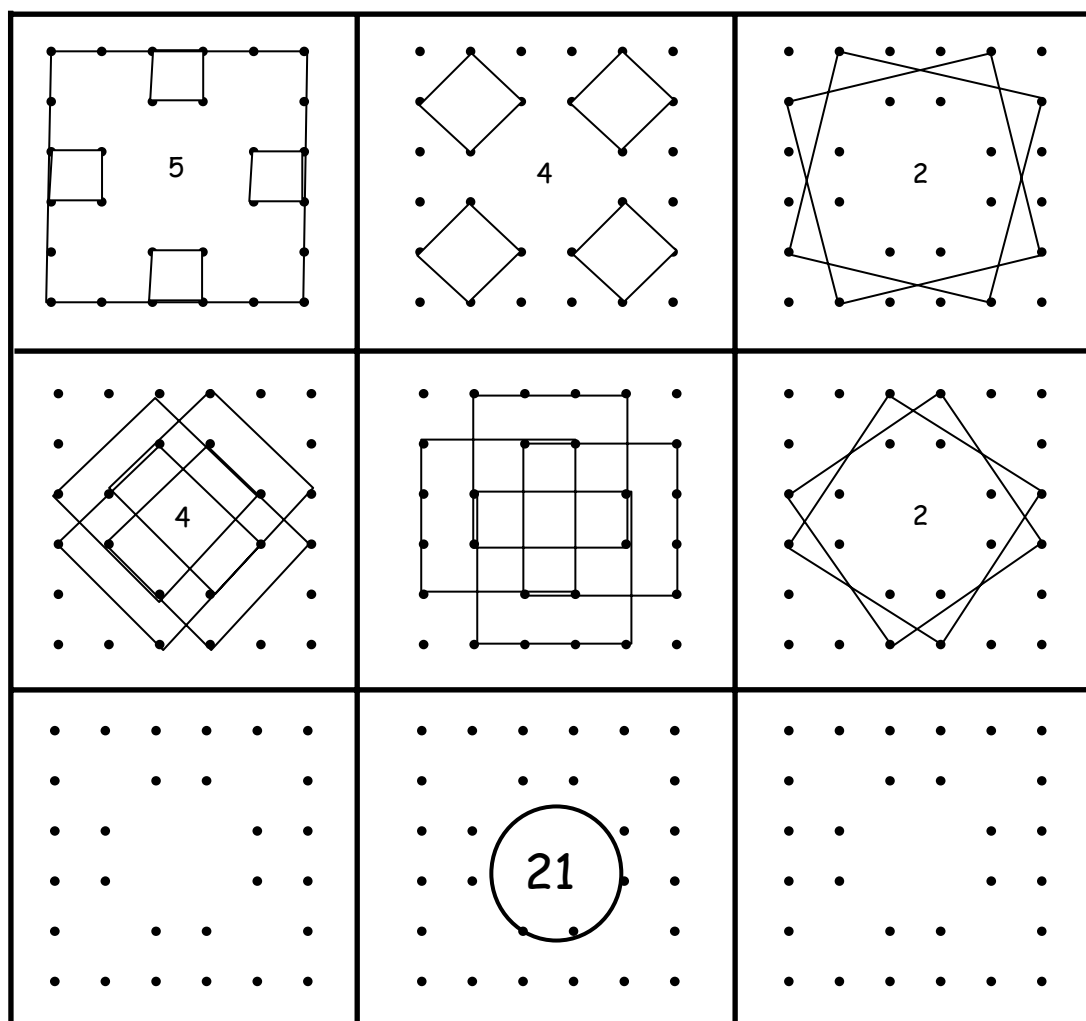
Total: 24



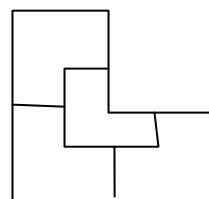
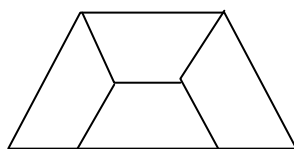
XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA D'ALACANT - PROVINCIAL - 7 DE MAIG DE 2005
ORIHUELA - PROVA INDIVIDUAL

-----SOLUCIONS-----

PROBLEMA 1

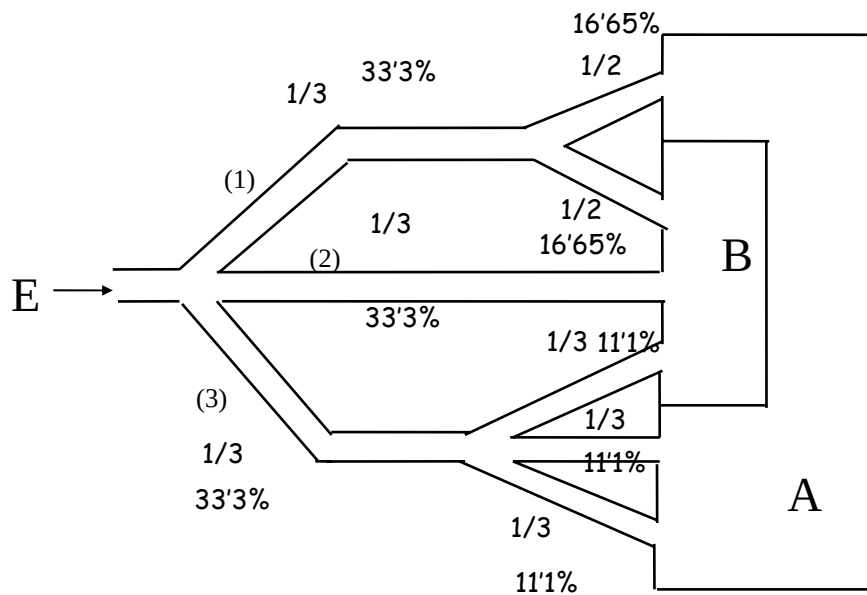


PROBLEMA 2



PROBLEMA 3

$$(10x + y) / (x + y) = 7 \rightarrow 10x + y = 7x + 7y \rightarrow x = 2y \rightarrow 21, 42, 63, 84.$$

PROBLEMA 4 LABERINT PER A PREMI

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} = \frac{(3+4)}{18} = \frac{7}{18}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{(6 + 2 + 3)}{18} = \frac{11}{18}$$

En percentatges ho fan dividint en cada bifurcació:

$$P(A) = (16'65 + 11'1 + 11'1) \% \approx 38'85\%$$

$$P(B) = (33'3 + 11'1 + 16'65) \% \approx 61'05\%$$

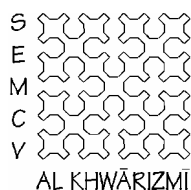
PROBLEMA 5 EL REPARTIMENT DELS PANS (CAMACUC, n°. 19)

Si mengen el mateix: menja cadascun $8/3$.

Un posa per al 'convidat': $5 - 8/3 = 7/3$

Altres posa: $3 - 8/3 = 1/3$

Si reben d'acord al que posen, reben 7 i 1 monedes.



XVI OLIMPIADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE CASTELLÓ - FASE PROVINCIAL
BENICASSIM - 7 DE MAIG DE 2005 - PROVA INDIVIDUAL
 -----SOLUCIONS-----

PROBLEMA 1.

Es tracta de provar d'una manera rigorosa en quina xifra acaben les potències de 5 i les de 3 i, després sumar:

Les successives potències de 5, $5^1, 5^2, 5^3, 5^4, \dots$ acaben totes en 5.

n	3^n acaba en:
1, 5, 9, ...	3
2, 6, 10, ...	9
3, 7, 11, ...	7
4, 8, 12, ...	1

n	$3^n + 5^n$ acaba en:
1, 5, 9, ...	$3 + 5 = 8$
2, 6, 10, ...	$9 + 5 = 4$
3, 7, 11, ...	$7 + 5 = 2$
4, 8, 12, ...	$1 + 5 = 6$

Per tant, $3^n + 5^n$ és sempre un nombre parell.

PROBLEMA 2.

L'angle 2 val 20° posat que l'angle 1 val 70° i $1+2+9=180^\circ$

Per tractar-se d'un triangle isòsceles (dos costats són radis) els angles 4 i 5 són iguals. La suma dels angles 2, 3 i 4 és 90° , ja que l'angle total abasta el diàmetre.

D'aquestes dues condicions s'obté que la suma dels angles 2 i 4 és igual l'angle 7. I l'angle 7 és igual a dues vegades l'angle 4. D'on l'angle 2 és la meitat de l'angle 7.

Per tant, l'angle 7 val 40° , els angles 4 i 5 valen 20° cadascun, l'angle 6 val 140° , l'angle 3 val 50° i els angles 8 i 9 són rectes.

PROBLEMA 3.

Siga n la fila, i la columna del primer quadradet de la fitxa.

La suma del valor de les tres caselles serà:

$$2^{n-i} \cdot 3^{i-1} + 2^{n-i-1} \cdot 3^i + 2^{n-i} \cdot 3^i = 2^{n-i-1} \cdot 3^{i-1} \cdot (2 + 3 + 6) = 2^{n-i-1} \cdot 3^{i-1} \cdot 11$$

Busquem el valor d'aquesta expressió més aproximat a 65.000, i el trobem quan $n = 11, i = 7$:

$$2^3 \cdot 3^6 \cdot 11 = 64.152$$

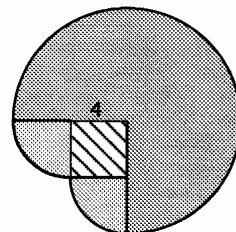
Aleshores la primera casella de la fitxa ocupa la 11a fila, 7a columna de la piràmide i els números que ocupen les tres caselles de la fitxa són:

11664	17496
34992	

PROBLEMA 4.

L'àrea que busquem és: $3/4$ de l'àrea d'un cercle de radi 8 m i $1/2$ de l'àrea d'un cercle de radi 4m.

$$S = \frac{3}{4}\pi \cdot 8^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 = 56\pi \text{ m}^2$$

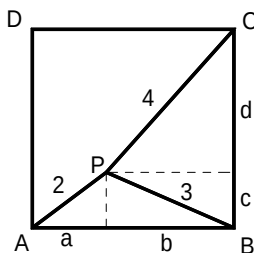


PROBLEMA 5.

Fem el dibuix del quadrat:

$$\left. \begin{aligned} a^2 + c^2 &= 2^2 \\ b^2 + c^2 &= 3^2 \\ b^2 + d^2 &= 4^2 \end{aligned} \right\}$$

I també:



$$\left. \begin{aligned} a + b &= l \\ c + d &= l \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} b &= l - a \\ d &= l - c \end{aligned} \right\}$$

De les dues primeres equacions,

$$b^2 - a^2 = 5 \Rightarrow (l - a)^2 - a^2 = 5 \Rightarrow a = \frac{l^2 - 5}{2l}$$

De les dues últimes,

$$d^2 - c^2 = 7 \Rightarrow (l - c)^2 - c^2 = 7 \Rightarrow c = \frac{l^2 - 7}{2l}$$

$$\text{Però de la primera} \quad \left(\frac{l^2 - 5}{2l} \right)^2 + \left(\frac{l^2 - 7}{2l} \right)^2 = 4 \Rightarrow l^4 - 20l^2 + 37 = 0$$

La solució d'aquesta equació ens dona la longitud del costat, $l = 4'2352$.

I això ens permet localitzar el punt P amb $a = 1'5273$, $c = 1'2912$.

Te falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens la pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S. 
E. 
M. 
C. 
V. 

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

AL-KHWARIZMI

Nom _____ Cognoms _____

Adreça _____ Telèfon _____

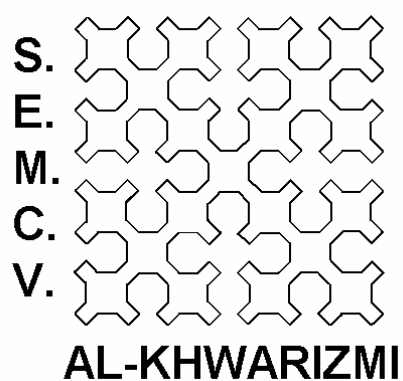
C.P. _____ Població _____ Província _____

Correu-e: _____ Tasca docent (curs, nivell, etc.) _____

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

- | | | |
|--|------------|---|
| ☐ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 N° 1 | (Exhaurit) | |
| ☐ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 N° 2 | (Exhaurit) | |
| ☐ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 N° 3 | (1.2 €) | |
| ☐ Problemes Olímpics N° 1 | (Exhaurit) | ☐ Problemes Olímpics N° 16 (1.8 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 2 (1.2 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 17 (1.8 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 3 (1.2 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 18 (1.8 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 4 (1.2 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 19 (1.8 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 5 (2.4 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 20 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 6 (Exhaurit) | | ☐ Problemes Olímpics N° 21 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 7 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 22 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 8 (Exhaurit) | | ☐ Problemes Olímpics N° 23 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 9 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 24 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 10 (Exhaurit) | | ☐ Problemes Olímpics N° 25 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 11 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 26 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 12 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 27 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 13 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 28 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 14 (1.8 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 29 (2.0 €) |
| ☐ Problemes Olímpics N° 15 (2.4 €) | | ☐ Problemes Olímpics N° 30 (2.0 €) |

Ens envies aquesta butlleta complimentada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANCAIXA: 2077-0347-10-1101056867.



**Societat d'Educació Matemàtica de la
Comunitat Valenciana
"Al-Khwarizmi"**